

Для служебного пользования

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

В.Н.Байер, В.М.Галицкий.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ В ОПЫТАХ  
НА ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКАХ.

Гор. Новосибирск  
1963 г.

Аннотация

Рассмотрены некоторые вопросы теории взаимодействия элементарных частиц в ускорителях со встречными протон-протонными, электрон-электронными и позитрон-электронными пучками. Особое внимание уделено взаимодействию протонов большой энергии.

Введение

Вопросы теории взаимодействия элементарных частиц в ускорителях со встречными электрон-электронными и позитрон-электронными пучками уже неоднократно обсуждались, в частности в ряде докладов на предыдущей Харьковской конференции. Поэтому в настоящем докладе мы остановимся на взаимодействии протонов в ускорителе со встречными протонными пучками, а также на некоторых отдельных задачах теории взаимодействия электронов и позитронов большой энергии.

### I. Взаимодействие протонов при больших энергиях.

В последние годы был достигнут известный успех в теории взаимодействия частиц при высоких энергиях благодаря использованию метода комплексных моментов. Этот метод позволял по новому подойти к вопросу о различии между элементарными и составными частицами и указал возможные эксперименты по выяснению этого вопроса. Эти эксперименты представляют собой исследование поведения сечения рассеяния частиц при высоких энергиях. Проведенные в последнее время эксперименты по протон-протонному и пион-протонному рассеянию, к сожалению, не дают удовлетворительного согласия с результатами теории. Отсутствие такого согласия может объясняться либо недостаточной полнотой теоретической картины, либо тем, что энергии, при которых проводились эксперименты, не являются достаточно большими. Независимо от этого мы полагаем, что некоторые общие физические положения метода комплексных моментов сохраняются в последующем, хотя детальные выводы могут претерпеть существенные изменения. Поэтому последующие рассуждения в докладе будут в основном основываться на методе Редже.

1. Существование взаимных превращений частиц не дает возможность сделать однозначные выводы об их элементарности. Наоборот, возможность таких превращений показывает, что в состоянии отвечающем данной частице всегда присутствует примесь всех возможных состояний, возникающих при виртуальных распадах этой частицы. Например, физический протон имеет примесь состояний  $\pi^+ N$ ,  $\gamma$  квант примесь электронно-позитронных пар и т.д. Поэтому вопрос об элементарности данной частицы сводится интуитивно к вопросу существования соответствующей "затравочной" частицы, обрастающей в результате взаимодействия комплексом других состояний. В противоположном случае физическая частица не имеет первоначальной "затравочной" и представляет собой лишь комбинацию частиц, образующих примесь. Например, фотон может являться элементарным, а может представлять связанное состояние электрона и позитрона, подобное позитронию. Различие между этими случаями находит свое количественное выражение в зависимости массы частицы от момента количества движения.

2. Для дальнейшего удобно рассматривать момент количества движения как непрерывную переменную, имея в виду, конечно, что физическим состояниям отвечают лишь целочисленные значения момента. Тогда момент ведет себя как обычная классическая величина.

Рассмотрим связанное состояние двух частиц с моментом  $\ell$ . Изменение момента  $\ell$  приводит к изменению тангенциальной составляющей им-

пульса  $L$ , следовательно, к изменению энергии системы. Таким образом энергия связанного состояния есть функция момента  $\ell$ ,

$$E = E(\ell) \quad (1.1)$$

Значения этой функции в целочисленных точках ( $\ell = 0, 1, \dots$ ) дают энергию дискретного спектра. Следовательно, эти энергии не являются независимыми, а принадлежат одной "траектории" (1.1). Функцию (1.1) удобно обернуть, рассматривая момент  $\ell$  как функцию энергии.

$$\ell = \ell(E) \quad (1.2)$$

Тогда физическими являются состояния, при которых траектория проходит через целые точки. Из предыдущих рассуждений очевидно, что  $E(\ell)$  есть монотонно растущая функция  $\ell$  и, следовательно,  $\ell(E)$  также растет с увеличением  $E$ . Величину производной  $\frac{d\ell}{dE}$  нетрудно связать с радиусом связанного состояния  $R$ . Действительно:

$$\frac{dE}{d\ell} \approx \frac{dP_{\text{тан}}^2}{d\ell} \approx \frac{d}{d\ell} \left( \frac{\ell^2}{R^2} \right) \approx \frac{1}{R^2}; \quad \frac{d\ell}{dE} \approx R^2 \quad (1.3)$$

С увеличением  $\ell$  энергия (1.1) может стать больше суммы масс частиц, образующих связанное состояние  $E > m_1 + m_2$ , т.е. траектория выходит в область непрерывного спектра. В этом случае связанное состояние невозможно ни при каких действительных значениях  $\ell$ . Это означает, что функция  $E(\ell)$  принимает в этой области комплексные значения. При действительных  $\ell$  наоборот энергия  $E(\ell)$  становится комплексной. Если мнимая часть энергии мала, то целочисленным значениям момента  $\ell$  отвечают резонансные состояния системы. Одна и та же система может иметь несколько рядов (траекторий) связанных состояний. Например, в атоме водорода имеется бесконечное число траекторий, отвечающих различным значениям радиального квантового числа.

Из сказанного следует, что если данная физическая частица является составной, то энергия этой частицы, т.е. ее масса, должна быть растущей функцией собственного момента. Совершенно иначе обстоит дело в случае точечной (элементарной) частицы: такая частица может существовать только с фиксированным определенным значением  $\ell$ , т.е. функции  $E(\ell)$  в этом случае не существует. Согласно (1.3) производная  $\frac{d\ell}{dE}$  обращается в ноль и траектория зависимости  $\ell$  от  $E$  представляет собой прямую линию, параллельную оси энергии. Такими свойствами должна обладать, по нашим представлениям, траектория голый, затравочной частицы. Однако, поскольку при переходах в многочастичные виртуальные состояния момент количества движения сохраняется, момент физической частицы совпадает с

моментом затравочной. Следовательно масса физической элементарной частицы не зависит от момента. Траектории элементарной и составной частицы изображены на рис. 1.

3. Описанное выше различие траекторий не может быть установлено по реальным физическим состояниям. Эти состояния, соответствующие целочисленным значениям  $\ell$ , представляют отдельные дискретные точки траекторий. Поэтому мы не можем сказать принадлежат ли две данные точки одной наклонной траектории или соответствуют двум постоянным. Оказывается, однако, что это различие проявляется в угловой зависимости сечения рассеяния при больших энергиях в т.н. кроссинг-канале.

Рассмотрим амплитуду  $A$  упругого рассеяния двух частиц. Предположим, что процесс рассеяния может идти через промежуточное состояние с моментом  $\ell$  и дискретной энергией  $E(\ell)$ . Таким состоянием, в частности, может являться элементарная или составная физическая частица. При таком промежуточном состоянии парциальная амплитуда рассеяния с моментом  $\ell$  будет иметь как функция энергии полюс в точке  $E = E(\ell)$  (аналогично известному случаю резонансного рассеяния)

$$A_{\ell} \approx \frac{ze}{E - E(\ell)} \quad (I.4)$$

При энергиях близких к  $E(\ell)$  рассеяние происходит в основном в состоянии с моментом  $\ell$  и, следовательно, угловое распределение описывается полиномом Лежандра  $P_{\ell}(\cos \vartheta)$ . Как обычно, полная амплитуда может быть представлена в виде

$$A = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{ze}{E - E(\ell)} P_{\ell}(\cos \vartheta) \quad (I.5)$$

В этом выражении можно перейти от целочисленных значений момента к непрерывной переменной  $\ell$ . В этом случае дискретные значения энергии  $E(\ell)$  заменяются непрерывной функцией, а суммирование по  $\ell$  - интегрированием по переменной  $\ell$  (как мы видели, вообще говоря, комплексной):

$$A = \int d\ell \frac{\tilde{z}(\ell)}{E - E(\ell)} P_{\ell}(\cos \vartheta) \quad (I.6)$$

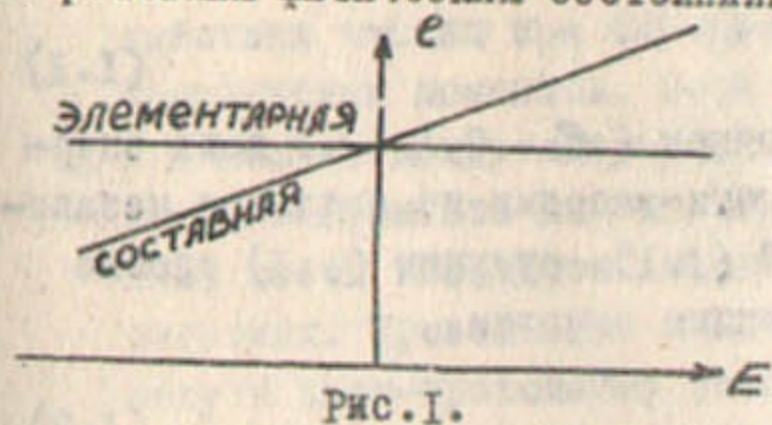


Рис. 1.

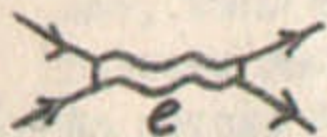


Рис. 2.

Подинтегральное выражение в (I.6) как функция  $\ell$  имеет полюса в точках, где  $E = E(\ell)$ . Удобно поэтому преобразовать его, записывая эти полюса в явном виде:

$$A(E, \vartheta) = \int d\ell \frac{R(\ell)}{\ell - \ell_0(E)} P_{\ell}(\cos \vartheta) \quad (I.7)$$

здесь  $\ell_0(E)$  функция, определяющая траекторию. Таким образом мы приходим к следующему выводу: амплитуда рассеяния имеет полюса в точках, отвечающих промежуточному состоянию физической частицы (этот факт сам по себе является тривиальным и давно известен, например, в ядерных реакциях через компаунд-ядро), важным является следующее - в случае составной частицы положение полюса зависит от энергии сталкивающихся частиц, т.е. полюс является движущимся; в случае же элементарной частицы полюс является стоячим.

Современная теория элементарных частиц исходит из того, что все особенности амплитуды рассеяния связаны с появлением частиц в промежуточных состояниях. Поэтому указанные полюса есть единственные полюса амплитуды рассеяния. В этом предположении (сводящемся к тому, что функция  $R(\ell)$  не имеет особенностей) интеграл (I.7) может быть вычислен

$$A(E, \vartheta) \approx R(E) P_{\ell_0(E)}(\cos \vartheta) \quad (I.8)$$

Смысл этого результата состоит в том, что для каждой энергии  $E$  найдется такой момент  $\ell_0(E)$ , рассеяние с которым является резонансным, и, следовательно, описывается полиномом  $P_{\ell_0}(\cos \vartheta)$ . Формула (I.8) написана в предположении, что все промежуточные состояния принадлежат одной и той же траектории. Если таких траекторий несколько, то мы получим

$$A(E, \vartheta) \approx \sum_i R_i(E) P_{\ell_i(E)}(\cos \vartheta) \quad (I.9)$$

4. Перейдем теперь к асимптотике амплитуды рассеяния в кроссинг-канале. Заметим, что амплитуда упругого рассеяния двух частиц зависит от трех инвариантов:

$$s = (p_1 + p_2)^2; \quad t = (p_1 - p_3)^2; \quad u = (p_1 - p_4)^2 \quad (I.10)$$

которые связаны соотношением

$$s + t + u = \sum m_i^2 \quad (I.11)$$

так что независимыми являются только два из них. Удобной для рассмотрения величиной оказывается универсальная амплитуда  $A(s, t)$ , отличающаяся от обычной множителем, равным произведению корней из энергий сталкивающихся частиц. Универсальность этой амплитуды заключается в том, что она описывает сразу три процесса, отвечающих различным начальным и конечным состояниям (три канала). Например, амплитуда на рис. 3 представляет процесс рассеяния электрона на электроне (начальные частицы 1, 2, конечные - 3, 4) и процесс рассеяния электрона на позитроне - начальные 1, 3/4/, конечные 2, 4/3/. Для процесса  $1+2 \rightarrow 3+4$  инвариант в

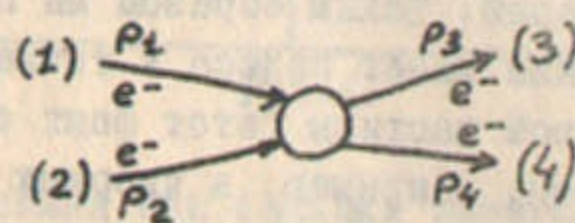


Рис. 3.

с.ц.и. равен:

$$s = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = (E_1 + E_2)^2 = 4E^2 \quad (1.12)$$

(для случая частиц с равной массой) - учетверенному квадрату энергии одной из частиц (полная начальная энергия в квадрате). Инвариант  $t$  есть квадрат переданного импульса и может быть выражен через  $s$  и угол рассеяния  $\vartheta$ :

$$t = -(\vec{p}_1 - \vec{p}_3)^2 = -(s - 4m^2) \left[ \frac{1 - \cos \vartheta}{2} \right] \quad (1.13)$$

Напротив, для процесса  $1+3 \rightarrow 4+2$   $t$  - есть квадрат энергии в с.ц.и., а  $s$  - квадрат переданного импульса, связанный с углом рассеяния в этом канале  $\vartheta'$  аналогичным (1.13) соотношением:

$$s = -(t - 4m^2) \left[ \frac{1 - \cos \vartheta'}{2} \right] \quad (1.14)$$

Применим рассуждения о полюсах амплитуды к  $t$  каналу. Согласно предыдущему единственными полюсами амплитуды здесь являются физические частицы в направлении  $t$ . Выразив  $E$  и  $\vartheta'$  через  $s$  и  $t$  перепишем формулу (1.9) в виде:

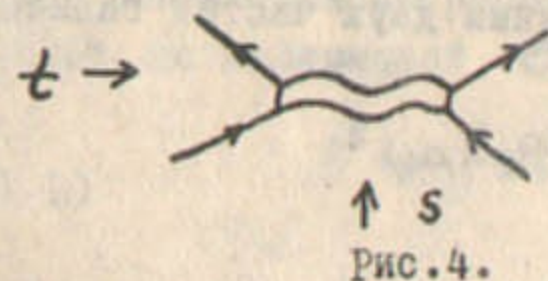


Рис. 4.

$$A(s, t) \approx \sum_i R_i(t) P_i \left( 1 + \frac{2s}{t - 4m^2} \right) \quad (1.15)$$

Рассмотрим теперь это выражение с точки зрения  $s$  канала при энергиях  $s$  много больших переданного импульса  $t$

$$s \gg t$$

(1.15)

Согласно (1.15) вся зависимость от  $s$  заключена в аргументе полинома Лежандра, при больших значениях аргумента полином ведет себя как максимальная степень, т.е.

$$P_\ell(z) \approx z^\ell \quad ; \quad z \gg 1 \quad (1.17)$$

и, следовательно,

$$A(s, t) \approx \sum a_i(t) s^{\ell_i(t)} \quad (1.18)$$

При больших  $s$  в  $A$  нужно оставить лишь траектории с наибольшим значением  $\ell$  или, как говорят, самый правый, лидирующий полюс. Таким образом

$$A(s, t) \approx a_0(t) s^{\ell_0(t)} \quad (1.19)$$

учитывая, что обычное разложение по парциальным волнам имеет вид:

$$f(E, \vartheta) = \frac{1}{2ik} \sum A_\ell(t) P_\ell(\cos \vartheta) \quad (1.20)$$

получаем для сечения

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(E, \vartheta)|^2 \approx \frac{1}{4E^2} |A(s, t)|^2 \approx |a_0(t)|^2 s^{2\ell_0(t) - 1} \quad (1.21)$$

Удобно представить дифференциальное сечение в инвариантном виде; для этого учтем, что  $d\Omega = 2\pi d\cos \vartheta = \frac{4\pi dt}{s}$ , тогда мы получаем:

$$\frac{d\sigma}{dt} = 4\pi |a_0(t)|^2 s^{2(\ell_0(t) - 1)} \quad (1.22)$$

5. Ясно, что поведение сечения определяется свойствами функции  $\ell_0(t)$ . В настоящее время не существует теоретических соображений, с помощью которых можно было бы определить свойства  $\ell_0(t)$ , поэтому мы обратимся к общим результатам экспериментов по рассеянию частиц высокой энергии. Важнейшим фактом, следующим из всей совокупности имеющихся экспериментальных данных, является постоянство полного сечения взаимодействия всех известных частиц, участвующих в т.н. сильных взаимодействиях (нуклоны, нуклоны и пионы и т.д.). Поэтому мы можем воспользоваться

ся оптической теоремой

$$\text{Im } A(s, 0) = \frac{s}{16\pi} \sigma_{\text{полн.}} \quad (1.23)$$

являющейся следствием сохранения вероятности. Поскольку  $\sigma_{\text{полн.}}$  не зависит от  $s$  мы получаем из (1.19), что

$$e_0(0) = 1 \quad (1.24)$$

Как мы видели, отличие составной частицы от элементарной состоит в том, что в первом случае  $e_0$  есть функция  $t$ , а во втором нет. Поэтому, если промежуточная частица, соответствующая лидирующему полюсу, в  $t$  канале является элементарной (мы видим, что эта частица не может иметь спина больше 1), то сечение рассеяния в  $s$  канале дается формулой

$$\frac{d\sigma}{dt} = 4\pi |a_0(t)|^2 = \varphi(t) \quad (1.25)$$

и не зависит от энергии. Такое рассеяние называется чисто дифракционным. Напротив, если промежуточная частица в  $t$  канале является составной (подвижный полюс), то как мы видели  $\frac{de}{dt} > 0$  и функция  $e(t)$  убывает с ростом  $(-t)$  (передача импульса отрицательна). Вблизи  $t=0$  мы можем разложить функцию  $e_0(t)$  в ряд

$$e_0(t) = 1 + \gamma t \quad (1.26)$$

причем из условия  $\frac{de}{dt} > 0$  следует

$$\gamma > 0 \quad (1.27)$$

тогда дифференциальное сечение упругого рассеяния можно записать в виде

$$\frac{d\sigma}{dt} \approx \varphi(t) e^{-2\gamma|t|/\ln s/s_0} \quad (1.28)$$

где  $s_0$  - некоторая нормировочная величина. Если мы будем строить зависимость  $d\sigma/dt$  от  $t$  при различных  $s$ , то в случае чисто дифракционного рассеяния мы будем получать пик, не зависящий от энергии; в случае же рассеяния через составную частицу по мере роста энергии, как это следует из формулы (1.28) пик рассеяния вперед будет сужаться (см. рис. 5, 6).

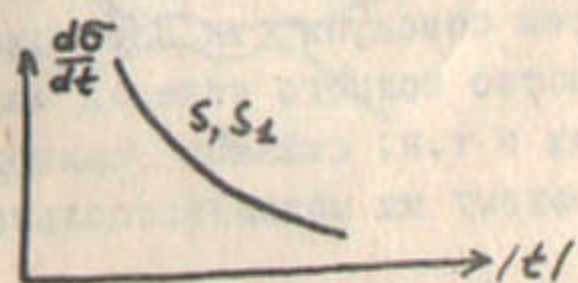


Рис. 5.

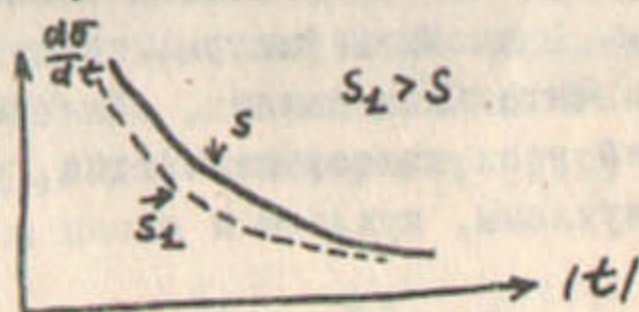


Рис. 6.

Одно время предполагалось, что доминирующий вклад в сечения  $p$ - $p$  и  $\pi$ - $p$  рассеяния дает т.н. вакуумный полюс с  $e_0(0) = 1$ , так что пик дифракционного рассеяния должен был сужаться в обоих случаях. Последние эксперименты показали, что в  $p$ - $p$  рассеянии при энергиях 7-20 Бэв действительно имеет место картина, приведенная на рис. 6. Причем

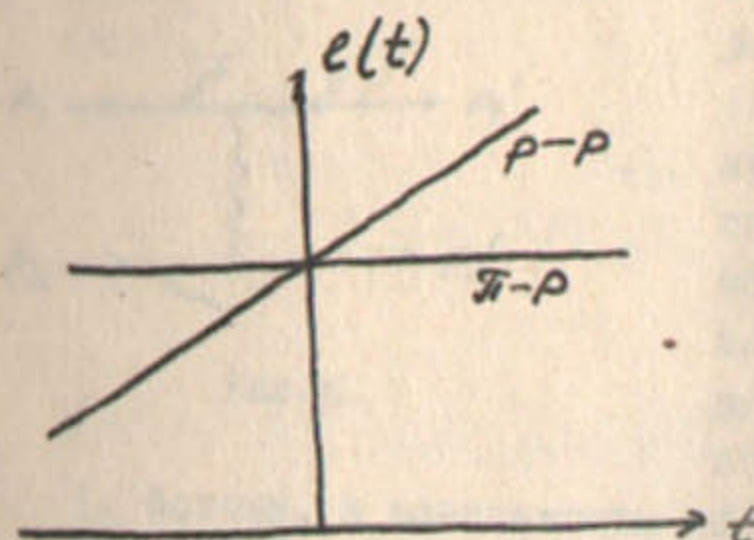


Рис. 7.

$$e_0(0) = 1,07 \pm 0,03; \quad e_0'(t) = 0 \quad (1.29)$$

при  $t = -45 (Бэв)^2$

В то же время опыты по  $\pi$ - $p$  рассеянию показали, что это рассеяние в интервале 7-17 Бэв носит чисто дифракционный характер (рис. 5) и сужение пика отсутствует. Это означает, что простая картина рассеяния при больших энергиях, в которой асимптотики всех процессов определяются вакуумным полюсом, в природе не реализуется. Установление причин этой ситуации является важнейшей задачей физики сильно взаимодействующих частиц.

6. В ускорителе со встречными протон-протонными пучками могут быть исследованы процессы упругого рассеяния протонов. В настоящее время максимально достижимой величиной  $s$  является  $s \approx 60 (Бэв)^2$ , в то время как в ускорителе со встречными протонными пучками  $2 \times 12$  может быть достигнуто  $s \approx 600 (Бэв)^2$ , если измерять передаваемый импульс в интервале  $1 - 10 (Бэв)^2$ , то в установке должна быть предусмотрена возможность измерения углов рассеяния 5 - 15 градусов.

П. Взаимодействие электронов при больших энергиях.

Как отмечалось во введении, мы остановимся здесь на нескольких отдельных вопросах. Напомним возникающую здесь ситуацию. В низшем приближении теории возмущений сечение рассеяния электрона на электроне дается формулой Меллера (электроны ультрарелятивистские, с.д.и.)

$$d\sigma_e(\theta) = \frac{z_0^2}{\gamma^2} \left[ \frac{2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{2} \right]^2 \quad (2.1)$$

Основная задача состоит в вычислении вкладов виртуальных фотонов (радиационные поправки) и учете излучения реальных фотонов. Поскольку при вычислении радиационных поправок возникает т.н. инфракрасная расходимость,

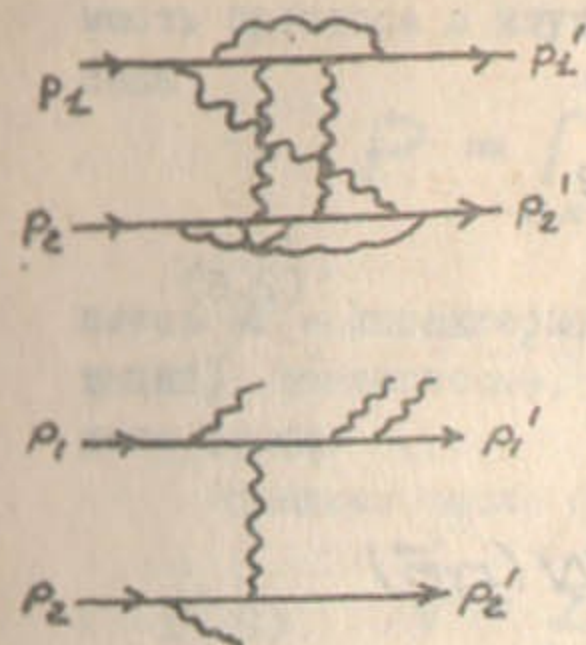


Рис. 8.

то учет излучения реальных фотонов (в сечении рождения которых также имеется инфракрасная расходимость) является необходимым, поскольку только в суммарном сечении упругого и неупругого расходимость отсутствует. Это является отображением того факта, что при столкновении заряженных частиц обязательно излучаются мягкие фотоны. Кроме того, экспериментальная ситуация такова, что необходимо учесть также излучение жестких фотонов, последняя задача является весьма громоздкой.

I. фотоны, в зависимости от их энергии, можно разбить на три класса: инфракрасные (область частот  $\omega \rightarrow 0$ ), классические (когда  $\omega \ll E$  и излучение фотона не влияет на движение электрона) и жесткие.

Вклады инфракрасных фотонов, как виртуальных, так и реальных, выделяются в виде множителей для любого процесса с участием заряженных частиц

$$d\sigma_{\Delta E} = e^{2\alpha(B+\tilde{B})} d\sigma \quad (2.2)$$

здесь  $d\sigma_{\Delta E}$  - сечение процесса,  $e^{2\alpha(B+\tilde{B})}$  - вклад инфракрасных фотонов виртуальных и реальных, причем сумма  $B+\tilde{B}$  уже не содержит инфракрасной расходимости, сечение  $d\sigma$  - содержит вклады от неинфракрасной области;  $\Delta E$  - максимальная энергия, уносимая реальными фотонами. Мы

приведем выражения для  $B$  и  $\tilde{B}$  для случая рассеяния электрона на электроне:

$$B = 2[B_0(p_1 p_2) - B_0(p_1, -p_2') - B_0(p_2, -p_2')] \quad (2.3)$$



причем

$$B_0(p_1 p_2) = -\frac{i}{(2\pi)^3} \int \frac{d^4 k}{k^2 - \lambda^2} \left[ \frac{2p_1 + k}{k^2 + 2p_1 k} + \frac{2p_2 - k}{k^2 - 2p_2 k} \right]^2 \quad (2.4)$$

Рис. 9.

$$\tilde{B} = 2[\tilde{B}_0(p_1, p_2) - \tilde{B}_0(p_2, p_1') - \tilde{B}_0(p_1, p_2')] \quad (2.5)$$

где

$$\tilde{B}_0(p_1, p_2) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{K \ll \Delta E} \frac{d^3K}{(K^2 + \lambda^2)^{3/2}} \left[ \frac{p_1}{(Kp_1)} - \frac{p_2}{(Kp_2)} \right]^2 \quad (2.6)$$

Можно также представить  $\tilde{B}$  в виде

$$\tilde{B} = -\frac{1}{8\pi^2} \int_0^{K \ll \Delta E} \frac{d^3K}{(K^2 + \lambda^2)^{3/2}} \left[ \frac{p_1'}{(Kp_1')} + \frac{p_2'}{(Kp_2')} - \frac{p_1}{(Kp_1)} - \frac{p_2}{(Kp_2)} \right]^2 = -\int_0^{K \ll \Delta E} d^3K W(K, \vec{p}) \quad (2.7)$$

Проведя вычисления  $B$  и  $\tilde{B}$  в предположении  $S = (p_1 + p_2)^2 \gg 4m^2$ ,  $|t| = |(p_1 - p_2)^2| \gg 4m^2$ ,  $|u| = |(p_1 - p_2)^2| \gg 4m^2$  и оставляя в полученном выражении только инфракрасные члены, получаем

$$d\sigma_{\Delta E} = e^{-\frac{4\alpha}{\pi} (\ln \frac{t}{4m^2} - 1)} \ln \frac{E}{\Delta E} d\sigma \quad (2.8)$$

Здесь следует заметить, что анализ старших (по логарифмам) вкладов, когда остаются только члены, содержащие произведение двух больших логарифмов (т.е. дважды логарифмические вклады), показывает, что все дважды логарифмические члены имеют инфракрасную природу. Поскольку при достижимых в настоящее время энергиях однологарифмические члены типа  $\frac{4\alpha}{\pi} \ln \frac{S}{4m^2}$  существенно меньше единицы, то это означает, что величину  $d\sigma$ , содержащую вклады неинфракрасной области можно вычислять в  $e^6$  приближении теории возмущений. Если оставить вклад только дважды логарифмических членов и рассмотреть случай рассеяния на большие углы, когда в произведении  $ut = \frac{s^2}{4}(1 - \cos^2\theta)$  можно пренебречь членом  $\cos^2\theta$ , то мы получим известный результат

$$d\sigma_{\Delta E} = e^{-\frac{8\alpha}{\pi} \ln \frac{E}{m}} \ln \frac{E}{\Delta E} d\sigma_0 \quad (2.9)$$

Приведенное выше выражение (2.2) имеет простой физический смысл. Оно может быть получено, если предположить, что токи электронов являются классическими, т.е. когда можно пренебречь изменением состояния электрона при излучении им фотона как виртуального, так и реального. Тогда член  $e^{2\alpha B}$  есть вклад самодействия токов, а суммарный вклад реальных фотонов, излученных токами, есть  $e^{2\alpha \tilde{B}}$ . Поскольку излучение фотонов не меняет состояние электрона, то процесс излучения фотона идет

независимо от числа и свойств ранее излученных фотонов, поэтому вероятность процесса с излучением реальных фотонов дается распределением Пуассона

$$P = \prod_{z=1}^{\infty} P_{n_z} = \prod_{z=1}^{\infty} e^{-\bar{n}_z} \frac{(\bar{n}_z)^{n_z}}{n_z!} \quad (2.10)$$

здесь  $z$  - характеристика фотона (энергия, направление импульса, поляризация), естественно, что распределение Пуассона имеется для фотонов каждого сорта.

Среднее число фотонов дается выражением

$$\bar{N} = \sum_{z=1}^{\infty} \bar{n}_z = \sum_{z=1}^{\infty} \sum_{n_z} n_z \cdot P_{n_z} \quad (2.11)$$

Среднее число фотонов данного сорта  $\bar{n}_z$  может быть представлено в виде

$$\bar{n}_z = \frac{\Delta_z}{2\omega_z} J_{\mu}^*(\vec{k}_z) J^{\mu}(\vec{k}_z) \quad (2.12)$$

где  $J_{\mu}(\vec{k}_z)$  - классический ток. Поскольку мягкие фотоны излучаются на больших расстояниях и не влияют на движение электрона, то траекторию движения электрона можно представить в виде двух прямых - вдоль начального и конечного направления. Тогда ток каждого электрона

$$J_{\mu}(x) = e \left[ \frac{p_{\mu 1}}{m} \delta^3(\vec{z} - \frac{\vec{p}_1 t}{m}) \delta(t) + \frac{p_{\mu 2}}{m} \delta^3(\vec{z} - \frac{\vec{p}_2 t}{m}) \delta(t) \right] \quad (2.13)$$

В импульсном пространстве этот ток имеет вид:

$$J_{\mu 1}(k) = \frac{ie}{(2\pi)^{3/2}} \left[ \frac{p_{\mu 1}}{(Kp_1)} - \frac{p_{\mu 2}}{(Kp_2)} \right] \quad (2.14)$$

При рассмотрении столкновения двух электронов необходимо взять сумму двух токов  $J_{\mu}(k) = J_{\mu 1}(k) + J_{\mu 2}(k)$ , подставляя этот ток в (2.12) и переходя от суммирования по ячейкам  $\Delta_z$  к интегрированию по  $k$  получаем

$$\bar{N} = \sum_z \frac{\Delta_z}{2\omega_z} J_{\mu}^*(k_z) J^{\mu}(k_z) = \int \frac{d^3k}{2\omega} J_{\mu}^*(k) J^{\mu}(k) = -2\tilde{B} \quad (2.15)$$



Таким образом выражение (2.2) может быть записано в виде

$$d\sigma_{\Delta E} = e \overline{N}_e - \overline{N}_p d\sigma \quad (2.16)$$

где  $\overline{N}_e$  - среднее число виртуальных фотонов,  $\overline{N}_p$  - среднее число реальных фотонов. С этой точки зрения под интегралом в выражении (2.7) стоит вероятность излучения фотона с энергией  $\omega$  в телесный угол  $d\Omega$ . Поэтому среднюю излученную энергию можно вычислить следующим образом:

$$\overline{E} = 2\alpha \int_0^{\Delta E} d^3k \cdot \omega W(\omega, \vec{n}) = \int_0^{\Delta E} d^3k E(\omega, \vec{n}) = \int_0^{\Delta E} dE(\omega, \vec{n}) \quad (2.17)$$

Как и следовало ожидать, выражение для  $dE(\omega, \vec{n})$  совпадает с полученным в классической электродинамике для излучения мягких фотонов:

$$dE(\omega, \vec{n}) = \frac{d}{4\pi^2} \left[ \frac{[\vec{a}_2 \vec{n}]^2}{1 - \vec{n} \cdot \vec{v}_2} + \frac{[\vec{v}_2 \vec{n}]^2}{-\vec{n} \cdot \vec{v}_2} - \frac{[\vec{v}_2 \vec{n}]}{1 - \vec{n} \cdot \vec{v}_2} - \frac{[\vec{v}_2 \vec{n}]}{1 - \vec{n} \cdot \vec{v}_2} \right]^2 d\Omega d\omega \quad (2.18)$$

2. Большой интерес представляет распределение рассеянных электронов по углам вследствие излучения фотонов (величина, характеризующая отклонение направления разлета рассеянных электронов в с.ц.и. от противоположного). Подробно этот вопрос рассмотрен в докладе Галицкого и Хейфеца, мы приведем здесь только простой классический способ вычисления среднего квадратичного поперечного импульса, уносимого фотонами в плоскости, перпендикулярной направлению разлета рассеянных электронов. С помощью этой величины может быть определен средний квадратичный угол относительного отклонения рассеянных электронов вследствие излучения классических и инфракрасных фотонов. Поскольку нам известна вероятность излучения фотона  $W(\omega, \vec{n}) = \frac{E(\omega, \vec{n})}{\omega}$  ((2.7), (2.17)) то, следовательно, мы должны вычислить величину

$$\overline{K}_a^2 = \int d\Omega (\vec{a} \cdot \vec{k})^2 W(\omega, \vec{n}) \quad (2.19)$$

здесь  $\vec{a}$  - направление, проекцию импульса на которое мы исследуем. Если ограничиться логарифмическими членами, то легко получить, что

$$\overline{K}_a = 0 \quad (2.20)$$

$$\overline{K}_a^2 = \frac{2\alpha}{\pi} \ln \frac{s}{m^2} \cdot \omega^2 [\cos^2 \vartheta_{p,a} + \cos^2 \vartheta_{p',a}] \quad (2.21)$$

здесь  $\vartheta_{p,a}$  - угол между импульсом  $\vec{p}_1$  и направлением  $\vec{a}$ ,  
 $\vartheta_{p',a}$  - угол между импульсом  $\vec{p}'_1$  и направлением  $\vec{a}$ .  
 В плоскости, перпендикулярной направлению разлета рассеянных электронов, мы получаем

$$K_{\perp a}^2 = \frac{2\alpha}{\pi} \ln \frac{s}{m^2} \cdot \omega^2 \cos^2 \vartheta_{p,a} \quad (2.22)$$

К этому выражению, дающему вклад мягких фотонов, необходимо добавлять еще вклад жестких фотонов. Этот вклад может быть получен либо путем численного интегрирования точной формулы для тормозного излучения при электрон-электронном столкновении в  $e^6$  порядке теории возмущений, либо с помощью метода Вайцекера-Вильямса.

3. Представляет интерес экспериментальное исследование вопроса об элементарности или неэлементарности фотона в свете гипотезы о полясах Редже, т.е. какой полюс соответствует фотону в плоскости моментов - стоячий и движущийся. Как мы видели (1.21), сечение упругого рассеяния имеет в этом случае вид

$$d\sigma_e = \sigma(t) e^{(2\alpha(t)-1) \ln s} d\Omega \quad (1.21)$$

С другой стороны из формулы (2.8) при  $s \rightarrow \infty$ ,  $u \rightarrow -\infty$ ,  $t < 0$  и конечно мы получаем

$$d\sigma_{\Delta E} \approx e^{-\frac{4\alpha}{\pi} (\ln |\frac{t}{m^2}| - 1) \ln \frac{E}{\Delta E}} d\sigma \quad (2.23)$$

причем величина  $d\sigma$  не содержит экспоненциальных множителей. Таким образом, мы видим, что в показателе экспоненты  $\ln s$  встречается только в инфракрасном члене  $\ln \frac{E}{\Delta E}$ . Для выяснения вопроса следует взять сечение чисто упругого рассеяния (вводя массу фотона), тогда

$$d\sigma_{\perp} = e^{2\alpha B} d\sigma \quad (2.24)$$

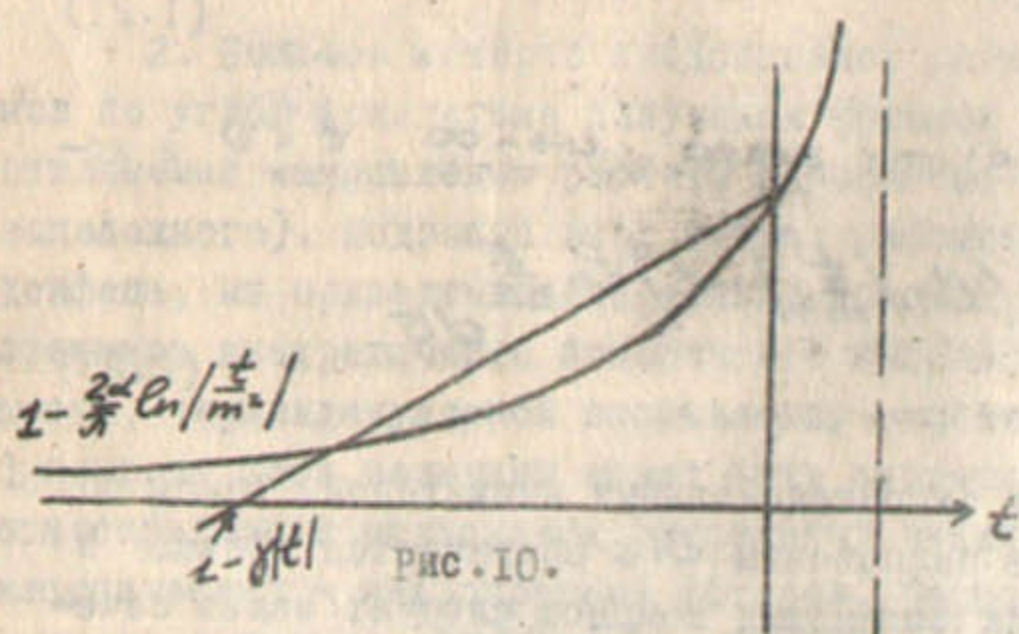
В величине  $2\alpha B$ , член, содержащий  $\ln s$ , будет иметь вид  $-\frac{i\alpha m}{4k} \ln \frac{s-4m^2}{\lambda^2}$ . Можно показать, что этот член соответствует известной кулоновской фазе  $-\frac{i\alpha m}{2k} \ln(2kz)$ , возникающей в рассеянной волне  $\frac{e^{ikz}}{z} \cdot e^{-\frac{i\alpha m}{2k} \ln(2kz)}$ . Других членов с  $\ln s$  в амплитуде упругого электрон-электронного рассеяния в рамках квантовой электродинамики не появляется. Таким образом по современной теории фотон не есть движущийся полюс в плоскости моментов.

Допустим, однако, что фотон описывается некоторой траекторией в плоскости моментов, и оценим предельный угол наклона траектории в нуле (величину  $\gamma$  в формуле (1.26)), который может быть обнаружен в опытах на встречных пучках. При этом очевидно надо сравнивать отклонения от формулы Меллера, даваемые радиационными поправками, с отклонениями за счет возможной реджевости фотона. Таким образом, мы должны сравнить формулу (2.23) с следующей формулой, получающейся в предположении, что фотон есть реджеон с использованием разложения (1.26):

$$d\sigma_R \approx 2\alpha^2 m^2 \left(\frac{\sqrt{s}}{2}\right)^2 \left(\frac{2}{t-4m^2}\right)^{2+2\gamma t} \frac{s^{1+2\gamma t} d\Omega}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\gamma t\right)} = f(t) s^{1+2\gamma t} d\Omega \quad (2.25)$$

здесь предполагается, что  $s \rightarrow \infty$ ,  $t$  - конечно. Показатели степени сравниваются при

$$\frac{2}{\pi} \ln\left|\frac{t}{m^2}\right| \approx \gamma m^2 / \frac{t}{m^2} \quad (2.26)$$



Таким образом, несмотря на то, что наклон электродинамической "траектории" при  $t=0$  очень велик, в дальнейшем конкуренция логарифмического и степенного убывания приводит к появлению реджевости. Если взять  $s = 4(\text{БэВ})^2$ ,  $t = 5/10$ , то при указанном условии сравнения траекторий можно обнаружить

$$\gamma_{ee} \approx \frac{1}{15M^2} \quad (2.27)$$

т.е. наклон приблизительно в 10 раз более пологий, чем наклон вакуумной (лидирующей) траектории.

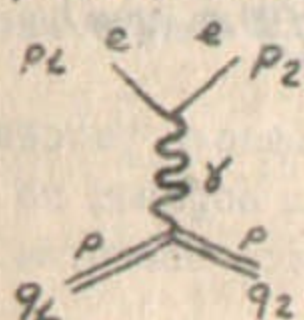


Рис. 11.

Следует заметить, что реджевость фотона будет проявляться и в опытах по упругому рассеянию электронов на протонах. Современные экспериментальные данные дают в этом случае следующий предельный наклон:

$$\gamma_{ep} < \frac{1}{9M^2} \quad (2.28)$$

III. Взаимодействие электронов и позитронов при больших энергиях.

Здесь мы также остановимся на отдельных вопросах.

I. Влияние известных нестабильных нейтральных частиц на опыты по упругому рассеянию электронов на позитронах. Открытие в последнее время мезонно-резонансы с короткими временами жизни  $10^{-21} - 10^{-23}$  сек. будут проявляться в электрон-позитронных соударениях. Это относится прежде всего к тем из них, квантовые числа которых совпадают с квантовыми числами фотона. Тогда виртуальный фотон, образующийся при аннигиляции электрон-позитронной пары, будет переходить в соответствующий виртуальный мезон, а последний будет распадаться на пары  $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$  и т.д. (рис. 12). Что касается нестабильных мезонов с квантовыми числами, отлич-

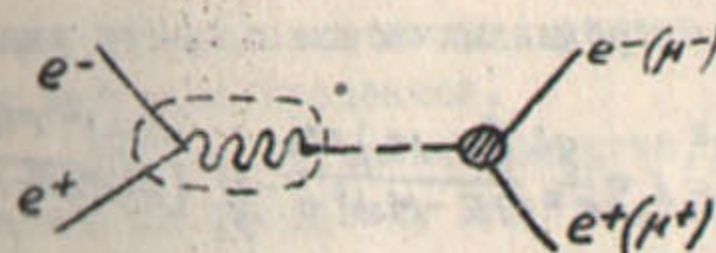


Рис. 12.

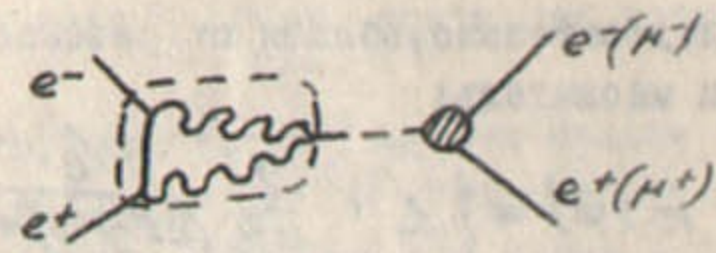


Рис. 13.

ными от квантовых чисел фотона, то типичная диаграмма с их участием приведена на рис. 13. Это диаграмма имеет высокий порядок по  $e^2$  и вследствие этого будет давать малый вклад.

В настоящее время достоверно установлено существование двух мезонов, квантовые числа которых совпадают с квантовыми числами фотона (спин - (1), четность - (-1), зарядовая четность - (-1)) -  $\omega^0$  и  $\rho^0$  мезоны. Для получения сечения с учетом вклада этих мезонов нужно к обычной аннигиляционной диаграмме добавить диаграмму на рис. 12. Если обозначить эффективную связь мезона с электрон-позитронной парой (обведено кружком) через  $g$ , то мы должны сложить

$$M_0 = e\bar{u}\gamma_\mu v \cdot \frac{g^{\mu\nu}}{k^2} e\bar{u}'\gamma_\nu v' \quad (3.1)$$

$$M_\omega = g\bar{u}\gamma_\mu v \cdot \frac{g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{m^2}}{k^2 - m^2} g\bar{u}'\gamma_\nu v' \quad (3.2)$$

Поскольку ток сохраняется, то

$$k^\mu (\bar{u}\gamma_\mu v) = 0 \quad (3.3)$$

Таким образом получаем

$$M = M_0 + M_\omega = M_0 \left( 1 + \frac{g^2}{e^2} \frac{k^2}{k^2 - m^2} \right) \quad (3.4)$$

Для нас представляет интерес только область вблизи резонанса, в ней

$$m = M_0 + i\Gamma/2, \quad k^2 \approx (2E)^2 - m^2 \quad (3.5)$$

$$\frac{(2E)^2}{(2E)^2 - m^2} \approx \frac{M_0^2}{(2E - M_0)2M_0 + i\Gamma M_0} = \frac{M_0/2}{(2E - M_0) + i\Gamma/2} \quad (3.6)$$

Следовательно, вблизи от резонанса электродинамическое сечение умножается на множитель:

$$F(E) = \left| 1 + \frac{g^2}{e^2} \frac{M_0/2}{(2E - M_0) + i\Gamma/2} \right|^2 = 1 + \frac{g^2 (2E - M_0) M_0}{e^2 (2E - M_0)^2 + \Gamma^2/4} + \left( \frac{g^2}{e^2} \right)^2 \frac{M_0^2/4}{(2E - M_0)^2 + \Gamma^2/4} \quad (3.7)$$

Величину  $g$  можно было бы получить из лептонного распада мезона (в дальнейшем мы для определенности рассмотрим  $\omega^0$  мезон), однако, к сожалению, такие распады еще не изучены. Поэтому  $g$  определяется на основании теоретических оценок в предположении, что  $\omega^0$  мезон дает основной вклад в изоскалярную функцию распределения нуклона, и может быть получено только по порядку величины. Получается, что

$$\frac{g^2}{e^2} \approx (2 \div 8) \cdot 10^{-4} \quad (3.8)$$

видно, что вдали от резонанса добавка очень мала.

Если предположить  $\Gamma \approx 0,5$  Мэв, что видимо не противоречит эксперименту, то по различным оценкам

$g^2/e^2$	Энергия, при которой $F(E)$ достигает максимального значения $(2E)_{\max}$	Максимальное значение $[F(E)]_{\max}$	Энергия, при которой $F(E)$ принимает минимальное значение $(2E)_{\min}$	Минимальное значение $[F(E)]_{\min}$
$2 \cdot 10^{-4}$	$M + 0,21 \text{ Мэв}$	1,37	$M - 0,29 \text{ Мэв}$	0,72
$5 \cdot 10^{-4}$	$M + 0,17 \text{ Мэв}$	2,2	$M - 0,33 \text{ Мэв}$	0,45
$8 \cdot 10^{-4}$	$M + 0,14 \text{ Мэв}$	3,3	$M - 0,46 \text{ Мэв}$	0,30

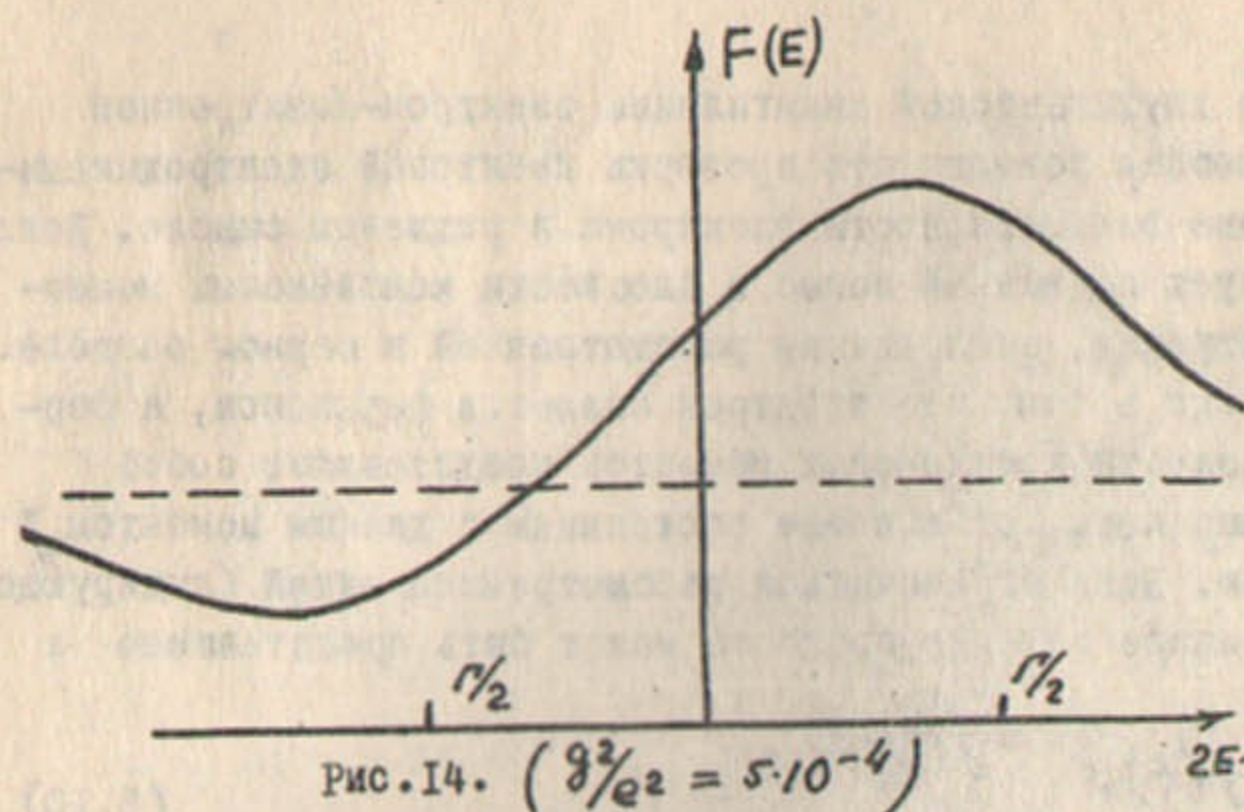


Рис. 14. ( $g^2/e^2 = 5 \cdot 10^{-4}$ )

График функции  $F(E)$  приведен на рис. 14. Если измерять сечение электро-позитронного рассеяния с большим разрешением по энергии, то мы получим указанную кривую. Если же разрешение плохое, то будет измерен интеграл от  $F(E)$  по некоторому интервалу энергий, при этом отрицательная область частично компенсирует положительную, однако и при этом поправка достигает нескольких десятков процентов.

Оценка интервала энергии, в котором вклад  $\omega^0$  мезона больше радиационных поправок, дает величину порядка 50 Мэв. В этом интервале нельзя проверять квантовую электродинамику, однако в нем можно исследовать свойства  $\omega^0$  мезона.

Оценка интервала энергии, в котором вклад  $\omega^0$  мезона больше радиационных поправок, дает величину порядка 50 Мэв. В этом интервале нельзя проверять квантовую электродинамику, однако в нем можно исследовать свойства  $\omega^0$  мезона.

2. Векторные мезоны-резонансы не будут проявляться в двухквантовой аннигиляции электрон-позитронной пары (в низшем порядке теории возмущений), поскольку эти мезоны не могут распасться на два фотона, по той же причине, по которой один фотон не может распасться на два фотона. Что касается остальных типов мезонов ( $\eta^0$ ,  $\pi^0$  и т.д.), то они могут возникнуть на диаграмме по крайней мере из двух фотонов (как на рис. 15) вклад таких диаграмм в сечение мал, поскольку в него входит высокая степень  $e^2$ . Заметим еще, что диаграмма типа, приведенного на рис. 15, сильно запрещена не только по  $e^2$ , но и по спиральности, так что дополнительная малость  $e^4 (m_e/m_\mu)^2$ . Большой вклад в сечение двухквантовой аннигиляции могли бы давать мезоны, квантовые числа которых совпадают с квантовыми числами электрона, но таковых пока не обнаружено.

В этом смысле опыты по двухквантовой аннигиляции электрон-позитронной пары являются более удобными для проверки квантовой электродинамики на малых расстояниях во всем интервале энергий, чем опыты по упругому электрон-позитронному рассеянию.

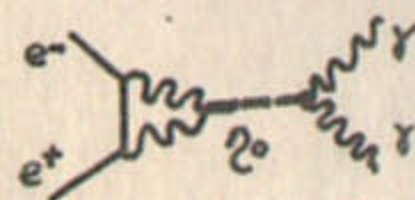


Рис. 15.

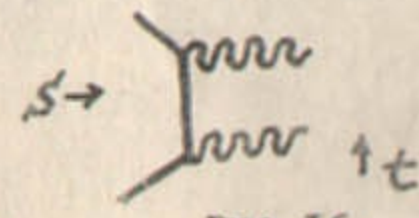


Рис. 16.

3. В опытах по двухквантовой аннигиляции электрон-позитронной пары возникает интересная возможность проверки квантовой электродинамики, а именно: проверка элементарности электрона в реджевом смысле. Если электрону соответствует подвижный полюс в плоскости комплексных моментов, то возникает ситуация, аналогичная рассмотренной в первом разделе. Различие состоит только в том, что электрон является фермионом, а фермионные полюса в плоскости комплексных моментов представляют собой комплексно-сопряженные пары, отвечающие состояниям с данным моментом  $j$  и различной четностью. Если ограничиться рассмотрением одной (лидирующей) пары, то дифференциальное сечение процесса может быть представлено в виде

$$d\sigma = f(t) s^{2\operatorname{Re} j(t) - 1} d\Omega \quad (3.10)$$

Видно, что эта формула аналогична формуле (1.21), с тем только различием, что при  $t < 0$  траектории полюсов уходят в комплексную область. Поэтому проверка "реджевости" электрона аналогична описанной в первом разделе. Необходимо поставить опыты по двухквантовой аннигиляции электрон-позитронной пары на малые углы и изучать поведение пика вперед в зависимости от энергии при данном  $t$ . В опытах на встречных пучках при  $E = 500$  Мэв, мы получаем

$$s = 1(B\theta)^2 \quad (3.11)$$

если

$$t \approx (10^{-4} \div 10^{-2}) s$$

то должно быть предусмотрено изучение реакции при угле разлета фотонов по отношению к линии движения начальных электронов  $\approx 0^\circ - 10^\circ$ .

Как и в случае проверки "реджевости" фотона, эти отклонения надо сравнить с радиационными поправками, последние имеют вид (2.2), где

$$B = 2B_0(\rho_1, -\rho_2) \quad (3.12)$$

$$\tilde{B} = 2\tilde{B}_0(\rho_1, -\rho_2)$$

В настоящее время об указанных свойствах электрона ничего неизвестно.